UNION DES COMORES	BAC	Examen : *BAC Blanc n°17*							
LE REVEIL DU BAC		Session : *2022*							
Epreuve : ***Mathématiques***	Série :	A1	A2	A4	C	D	G	Stc	Sti
	Coeff. :					4			
Prof : CHEHOU	Durée :					4			

Exercice 1 **« 5 points »** **Thème : Nombre complexe**

1. Résoudre dans l'ensemble des nombre complexes les équations suivantes : (E_1): $\boldsymbol{z^2+9=0}$ et (E_2): $\boldsymbol{z^2-(2+i)z+3+i=0}$
2. On considère le polynôme P définie par : $\boldsymbol{P(z)=z^3-(2-i)z^2+(5-3i)z-2+6i}$ où z ∈ ℂ
   a. Montrer que le nombre complexe $\boldsymbol{-2i}$ est un **zéro** du polynôme $\boldsymbol{P(z)}$
   b. Déterminer deux nombre complexes a et b tels que : $\boldsymbol{P(z)=(z+2i)(z^2+az+b)}$
   c. En déduire dans l'ensemble des nombre complexes les solutions de l'équation $\boldsymbol{P(z)=0}$

3. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $\boldsymbol{-2-i}$; $\boldsymbol{1-i}$ et $\boldsymbol{1+2i}$

a. Placer les points A , B et C dans le plan complexe

b. Démontrer que : $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}=\cos\frac{\pi}{2}+\mathbf{i}\sin\frac{\pi}{2}$. En déduire la nature du triangle ABC

4. Calculer l'affixe du point D pour que quadrilatère ABCD soit un carré

5. Déterminer et construire l'ensemble (L) des points M d'affixe z tel que $\boldsymbol{|z+2+i|=4}$

6. On considère la similitude S qui transforme C en A et laisse invariant le point B

a. Montrer que l'écriture complexe de S est : $\boldsymbol{z' = iz - 2i}$

b. Déterminer les éléments caractéristiques de S

c.. Déterminer l'image (L') de (L) par S

Exercice 2 **« 3 points »** **Thème : Probabilité**

Une valise contient 8 Chemises

- Une chemise rouge de manche longue et Trois chemises Rouges de manche courte
- Deux chemises bleues de manche longue et une chemise bleue de manche courte
- Une chemise orange de mâche courte

Un homme tire au hasard et simultanément 3 chemises dans la valise . On suppose que la probabilité de tirer Une chemise donnée est indépendante de sa taille et de sa couleur

1. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A « *Obtenir des chemises de couleurs différentes*» **B « *Obtenir deux chemises de mâches longue* »**

2. Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de **chemises bleue de manche longue** tiré par cet homme

a. Déterminer les valeurs prises par X

b. Etablir la loi de probabilité de X

c. Calculer l'espérance Mathématique E(X)

Exercice 3 **« 2 points »** **Thème : Statistique**

On considère une série statistique à double variable $\boldsymbol{(x_i\ ;\ y_i)}$ dont la droite de régression de y en x a pour équation : $\boldsymbol{y = 0,42x+2,3}$

Sachant que la moyenne $\boldsymbol{\overline{X}=5}$ et le coefficient de corrélation $\boldsymbol{r=0,98}$

1. Calculer la moyenne arithmétique

2 . Peut-on avoir un ajustement linéaire ? Justifier clairement votre réponse

3. Ecrire l'équation que la droite de régression de x en y

Problème : « 10 points »

On considère la fonction $\boldsymbol{f}$ définie sur IR par : $\begin{cases} \boldsymbol{f(x) = x - e^{x} + 2} & \boldsymbol{si\ x < 0} \\ \boldsymbol{f(x) = ln(x+1) + 1 - x} & \boldsymbol{si\ x \geq 0} \end{cases}$

$(\boldsymbol{Cf})$ est la courbe representtatif de f dans un repère orthonormé dont l'unité graphique est le centimètre

Partie A : **Etude de la dérivabilité**

1. Montrer que f est continue au point d'abscisse $x_0 = 0$
2. **a.** Calculer : $\lim\limits_{x\to 0-} \frac{f(x)-1}{x}$ et $\lim\limits_{x\to 0+} \frac{f(x)-1}{x}$

   b. Interpréter géométriquement les résultats obtenus
3. Ecrire l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse $x_0 = 0$

Partie B : **Etude de la fonction f**

1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$
2. **a.** Calculer la dérivée $f'(x)$ de f puis étudier le sens de variation pour tout x appartient à $]-\infty\,;\,0[$

   b. Calculer la dérivée $f'(x)$ de f puis étudier le sens de variation pour tout x appartient à $[0\ +\infty[$
3. Dresser le tableau de variation de f
4. **a.** Montrer que la courbe $(\boldsymbol{Cf})$ coupe l'axe des abscisse en deux points d'abscisses respectives $\boldsymbol{\beta}$ **et** $\boldsymbol{\alpha}$

   b. Vérifier que $\boldsymbol{-2 < \beta < -1}$ et que : $\boldsymbol{2 < \alpha < 3}$
5. **a.** Montrer que la droite (d) : $\boldsymbol{y = x + 2}$ est un asymptote oblique de la courbe $(\boldsymbol{Cf})$ en $-\infty$

   b. Etudier la position de la courbe $(\boldsymbol{Cf})$ et la droite (d)
6. Tracer la tangente (T), la droite (d) et courbe (Cf) dans un même repère orthonormé d'unité 1cm
7. On pose : $A = \int_1^e f(x)dx$ **et** $J = \int_1^e \ln(x+1)dx$

   a. Donner une interprétation géométrique de $\boldsymbol{A}$

   b. Vérifier que pour tout $\boldsymbol{x \neq -1}$**, on a :** $\boldsymbol{\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}}$

   c. En utilisant une intégration par partie**,** calculer **J**

   d. En déduire la valeur de $\boldsymbol{A}$

PARTIE C **Valeur approchée de α**

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $\boldsymbol{I} = [\mathbf{2}\,;\mathbf{3}]$ par **:** $\boldsymbol{g(x) = 1 + ln(x+1)}$

1. Montrer que $\boldsymbol{\alpha}$ est l'unique solution de l'équation $\boldsymbol{g(x)} = \boldsymbol{x}$ sur **I**
2. Montrer que pour tout $\boldsymbol{x}$ appartient à **I** , $g(x)$ appartient à **I**
3. Soit $g'(x)$ la dérivée de la fonction g, Montrer que pour tout $\boldsymbol{x}$ appartient à **I**, $|\boldsymbol{g'(x)}| \leq \boldsymbol{\frac{1}{3}}$
4. On définit la suite (U_n) par : $\boldsymbol{U_0 = 2}$ et pour tout entier naturel **n ,** $\boldsymbol{U_{n+1} = g(U_n)}$

   a. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , (U_n) est une suite d'éléments de **I**

   b. En appliquant les inégalités des accroissements finis, démontrer que pour tout entier naturel n, on a : $|U_{n+1} - \boldsymbol{\alpha}| \leq \frac{1}{3}|U_n - \boldsymbol{\alpha}|$

   c. En déduire que pour tout entier naturel n, on a : $|U_n - \boldsymbol{\alpha}| \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{n}$

   d. Montrer que la suite (U_n) est convergente et préciser sa limite