<table>
<tr><td colspan="2">UNION DES COMORES</td><td rowspan="2">BAC</td><td colspan="8">Examen : BAC BLANC n°31</td></tr>
<tr><td colspan="2">REVEIL DU BAC</td><td colspan="8">Session : 2023</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Epreuve : Mathématiques</td><td>Série :</td><td>A1</td><td>A2</td><td>A4</td><td>C</td><td>D</td><td>G</td><td>Stc</td><td>Sti</td></tr>
<tr><td>Coeff. :</td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Prof : CHEHOU</td><td>Durée :</td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Exercice 1 ***« Les Parties A, B et C sont largement indépendantes »***

PARTIE A **Thème : Géométrie dans l'espace**

Soit l'espace orienté muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, On donne les points A, B et C de coordonnées respectives $A(1,2,3)$, $B(-1\,;\,0\,;0)$ *et* $C(3\,;\,2\,;-4)$

1. Montrer que les points A, B et C déterminent un plan (P)

2. Montrer que le plan (P) a pour équation cartésienne (P): $14x - 20y + 4z + 14 = 0$

3. Ecrire l'équation paramétrique de la droite (d) passant par A et perpendiculaire au plan (P)

PARTIE B **Thème : Courbe paramétré**

On considère la courbe paramétrée (C) définie par : $\begin{cases} x = t + \ln(1-t) \\ y = te^t \end{cases}$ pour tout $t \in]-\infty\,;0]$

1. Etudier le sens de variations des fonctions coordonnées x et y sur l'intervalle $]-\infty\,;0]$

2. Dresser un tableau de variation conjoints de x et y

3. Déterminer les tangentes aux points $M(0)$ et $M(-1)$

4. Tracer la courbe (C) : Unité **2cm**

PARTIE C **Thème : Conique**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $R = (O, \vec{i}, \vec{j},)$, On considère la conique (C) d'équation

$4x^2 - 9y^2 + 16x + 18y - 29 = 0$

1. Montrer que (C) est une hyperbole dont on précisera de centre Ω, les directrices, les sommets et les asymptotes. Tracer (C)

2. Soit les vecteurs $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{v} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$

Donner une équation de (C) dans le repère $R' = (\Omega, \vec{u}, \vec{v},)$,

Exercice 2 ***« Les Parties A, B et C sont largement indépendantes »***

PARTIE A **Thème : Arithmétique**

1. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $A_n = 3^{2n} - 1$ est divisible par 8

2. Trouver tous les entiers relatifs n tel que $n + 2$ divise $2n + 7$

PARTIE B **Thème : Barycentre**

ABCD est un carré direct. G est le barycentre du système : $\{(A,2),(B,-1),(C,1)\}$.

1. Faire une figure bien soignée

2. Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tel que : $\left\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \|AB\|$.

3. Soit *f* l'application du plan qui a tout point M associe le point M' tel que : $\overrightarrow{GM'} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.

a. Montrer que $f(M) = M'$ si et seulement si $\overrightarrow{GM'} = -2\overrightarrow{GM}$.

b. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.

c. Déterminer et construire l'ensemble des points M', image de(Γ) par *f*

PARTIE C **Thème : Transformation**

(FADC) est un carré direct de centre K ; I est le symétrique de F par rapport à A. On désigne par R la rotation telle que : R(A) = D et R(D) = C puis H l'homothétie de centre F et de rapport $\frac{1}{2}$

On pose $S = RoH$

1. Déterminer le centre et l'angle de R.

2. Préciser l'image du point F par S et puis l'image du point I par S

3. Démontrer que S est une similitude plane directe dont on précisera l'angle et le rapport

<u>Exercice 3</u> **Thème : Probabilité**

1. Combien des mots (***Ayant un sens ou non***) peut –on former avec toutes les lettres du mot « **MONTRE**»

2. Chaque lettre du mot **« MONTRE »** est écrite sur une boule. Toutes les boules sont indiscernables au touchées et placées dans une urne. On tire successivement et sans remise trois boules dans l'urne.

Calculer la probabilité des évènements suivants :

A « Les trois boules tirées donnent deux consonnes et une voyelle »

B « La première boule tirée porte une consonne » ;

<u>Exercice 4</u> **Thème : Etude des fonctions f_n**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ l'unité est 2cm . **n** étant un entier naturel non nul, on considère les fonctions f_n, définie par : $\begin{cases} f_n(x) = x(\ln x)^n \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$ et (C_n) les courbe représentatif de f_n.

1. Montrer que f_n est continue au point d'abscisse $x_0 = 0$

2. Etudier la dérivabilité de f_n au point d'abscisse $x_0 = 0$

3. En déduire l'équation de la tangente à la courbe (C_n) au point d'abscisse $x_0 = 0$

4. Montrer que toutes les courbes (C_n) passent par trois points fixes dont on précisera les coordonnées

On suppose que n ≥ 2 .

5. Calculer la limite en $+\infty$ de la fonction f_n

6. Montrer que pour tout $x > 0$ **on a :** $f'_n(x) = (n + lnx)\,(lnx)^{n-1}$

7. Pour n impaire :

a. Etudier le sens de variation de f_n

b. Dresser le tableau de variation de f_n **puis** vérifier que $f_n(e^{-n}) = (-n)^n e^{-n}$

c. Dresser alors le tableau de variation de f_3

8. Pour n pair :

a. Montrer que pour tout $x \in]0\,;\, e^{-n}[\cup]1\,;\,+\infty[$ $f'_n(x) > 0$

b. Montrer que pour tout $x \in [\,e^{-n}\,; 1[$, $f'_n(x) \leq 0$

c. Dresser le tableau de variation de f_n

d. Dresser alors le tableau de variation ***de*** f_2

9. a . Etudier la position des courbes (C_2) et (C_3) sur $[1\,;\,+\infty[$

b . Tracer dans un même repère (C_2) et (C_3)