UNION DES COMORES	Examen : **Baccalauréat**								
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE	Session 2024			Durée 4h			Nbr page : 2		
Epreuve : ***Mathématiques***	Série / Coef	A1	A2	A4	C	D	G	Ssc	Se
						4			

Exercice 1 : *(5pts)*

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$.

On considère les points $A(z_A = 2e^{i\frac{\pi}{4}})$; $B(z_B = 2e^{i\frac{3\pi}{4}})$; $C(z_C = 2e^{i\frac{5\pi}{4}})$, et $D(z_D = 2e^{i\frac{7\pi}{4}})$.

Soit S la similitude plane directe telle que : $S(A) = B$ et $S(C) = D$.

1- a) Montrer que : $\dfrac{z_D - z_B}{z_C - z_A} = i$.

b) En déduire que S a pour écriture complexe : $z' = iz$

c) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la similitude S.

2- Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E) : z^4 = -16$ ***(les solutions seront données sous forme exponentielle)***

3- a) Justifier que les points A, B, C et D appartiennent a un même cercle (C) de centre O origine du repère et de rayon que l'on déterminera.

b) Donner la nature du quadrilatère $ABCD$.

c) Tracer le cercle (C) puis le quadrilatère $ABCD$.

Exercice 2 : *(5pts)*

Un livreur de pizza livre deux types de pizza : • Pizza Margherita noté M • Pizza Hawaïenne noté H

Dans chaque livraison figure 30% du type M et 70% du type H.

On prélève au hasard et simultanément trois pizzas dans la livraison de 10 pizzas.

1- a) Justifier que dans cette livraison de 10 pizzas : il y a 3 pizzas du type M et 7 pizzas du type H.

b) Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « Les trois pizzas sont du type H» ;

B : « une pizza est du type M et deux sont du type H».

2- Soit X la variable aléatoire désignant le nombre de pizza du type M.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Déterminer la fonction de répartition de X.

c) Calculer l'espérance mathématique X et la variance de X.

Problème : *(10pts)*

(C) est la courbe de la fonction f définie sur $[0\ ;+\infty[$ par $\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = x\left[\ln(x) + e^x\right] & si\ x \succ 0 \end{cases}$,

dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\vec{j})$ tel que : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 10cm$.

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g de finie sur $]\,0\ ;\ +\infty[$ par : $g(x) = (x+1)e^x + \ln(x) + 1$.

1) Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$.

2) a) Justifier que $\forall\, x > 0$: $g'(x) = (x+2)e^x + \dfrac{1}{x}$.

b) Justifier que la fonction g est croissante sur $]0\ ;\ +\infty[$.

c) Dresser le tableau de variation de g.

3) a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet sur $]0\ ;+\infty[$ une solution unique α.

b) Vérifier que : $0 < \alpha < 1$.

4) Déterminer suivant les valeurs de x le signe de $g(x)$.

Partie B : Etude de la fonction f

1) Montrer que la fonction f est continue en 0 .

2) Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Calculer la limite de f en $+\infty$.

b) Calculer : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement le résultat.

3) a) Montrer que : $\forall x > 0 : f'(x) = g(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

4) Construire la courbe (C) dans le repère orthonormé $(O\ ;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$ (on prendra $\alpha \approx 0{,}1$).

Partie C : Calcul d'une intégrale

On pose : $I = \int_1^2 f(x)dx$.

1) Interpréter en termes d'aire l'intégrale I .

2) a) Justifier que la fonction F définie sur $]0\ ;+\infty[$ par : $F(x) = \dfrac{x^2}{2}\left[\ln(x) - \dfrac{1}{2}\right]$ est une primitive de la fonction u définie $]0\ ;+\infty[$ par : $u(x) = x\ln(x)$.

b) A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale $J = \int_1^2 xe^{x}dx$.

3) En déduire la valeur de l'intégrale I .