"L'imagination est le mode de déplacement le plus rapide"

Jean Morel

Déplacements et antidéplacements

EXERCICE 1

On donne un carré ABC D de centre O tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$. On note I, J et K les milieux respectifs de [AB], [BC] et [AD]. On désigne par f la symétrie glissante de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et qui envoie A en B.

1. a. Montrer que (I J) est la médiatrice de [OB]. Déduire l'axe de f.

b. Déterminer f (B) puis montrer que f (I) = J.

2. On considère l'isométrie g = $S_{(O\,I)}$of.

a. Déterminer les images de A et I par g.

b. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de g .

3. On pose h = $S_{(AD)}$o $S_{(C\,D)}$o$S_{(BC)}$o $S_{(\,AB\,)}$ et ϕ = $S_{(AC\,)}$o$S_{(BC)}$o $S_{(\,AB\,)}$.

a. Montrer que h est une translation dont on précisera le vecteur.

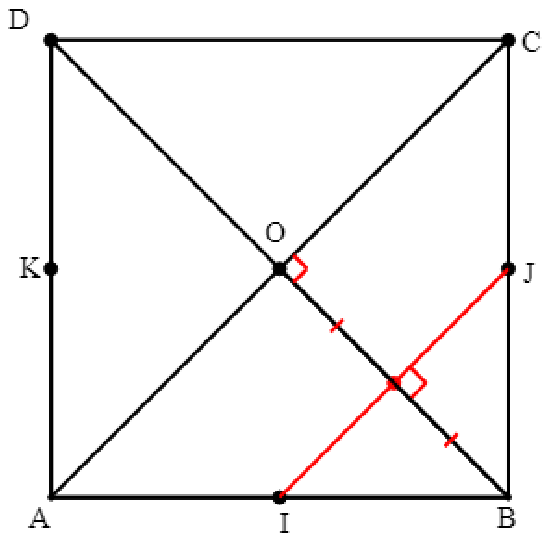
b. Montrer que ϕ est une symétrie glissante. Donner sa forme réduite

CORRIGER

EXERCICE 1

On donne un carré ABC D de centre O tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$. On note I , J et K les milieux respectifs de

[AB], [BC] et [AD].



On désigne par f la symétrie glissante de vecteur OC et qui envoie A en B.

1. a. Montrons que (I J) est la médiatrice de [OB].

ABC est un triangle, I, J les milieux respectifs de [AB], [BC], ainsi d'après la propriété directe de droites de milieux, (I J)// (AC) or (OB)⊥ (AC).

MES REPONSES SONT-ELLES JUSTES ?

02/12/2023

BOC est un triangle , J est milieux [BC],(I J)// (AC)

Alors d'apres la propriété réciproque de droites de milieux (I J) coupe [OB] en leur milieux.

Donc (I J) est la médiatrice de [OB].

Déduction l'axe de f.

l'axe de f est parallèle à (OC) et passe par I=A*B

d'où l'axe est (I J)

b. Déterminons f (B) puis montrons que f (I) = J .

f (B)= C

montrons que f (I) = J

I=A*B alors f (I) = f (A) * f (B) (car la symétrie glissante conserve le milieux)

ainsi f (I) = B*C or J est milieux [BC] D'où f (I) = J

2. On considère l'isométrie g = $S_{(O\,I\,)}$of .

a. Déterminer les images de A et I par g .

g(A)=A et g(I)=K

b. Déterminons la nature et les éléments caractéristiques de g .

la nature g est une déplacement et $\begin{cases} \mathrm{g(A)} = \mathrm{A} \\ AI = AK \end{cases}$

d'où g est une rotation

Les éléments caractéristiques de g : g est une rotation de centre A et d'angle $\left(\overrightarrow{AI};\overrightarrow{AK}\right) = \frac{\pi}{2}$

3. On pose h = $S_{(AD)}$o $S_{(C\,D)}$o$S_{(BC)}$o $S_{(\,AB\,)}$ **et** $\phi = S_{(AC\,)}$o$S_{(BC)}$o $S_{(\,AB\,)}$ **.**

a. Montrer que h est une translation dont on précisera le vecteur.

h = $r_{(D;\pi)}$o$r_{(A;-\pi)}$
D'où h est une translation
h est une translation de vecteur $2\overrightarrow{AD}$
b. Montrons que ϕ est une symétrie glissante. Donnons sa forme réduite

ϕ est un antidéplacement car **ϕ est la composé d'un nombre impaire**

donc ϕ est soit une symétrie axiale soit une glissante.

Il suffit de montrer qu'elle n'est pas une symétrie axiale d'axe (Δ) ;

$S_{(AC\,)}$o$S_{(BC)}$o $S_{(\,AB\,)} = S_{(\Delta)}$

On remarque que B appartient aux deux axes (BC) et (AB)

D'où l'idée d'utilisé $S_{(\Delta)}\,(B)$

$S_{(\Delta)}\,(B) = S_{(AC)} o S_{(BC)} o\, S_{(AB)}\,(B)$

On pose $S_{(\Delta)}\,(B) = D$, $(\Delta) = méd[BD]$

Par conséquent $(\Delta) = (AC)$ et ceci entraine $S_{(AC)} o S_{(BC)} o\, S_{(AB)} = S_{(AC)}$ donc $S_{(BC)} o\, S_{(AB)} = I_{dp}$ or $(BC) \perp (AB)$ en B donc $S_{(BC)} o\, S_{(AB)} = S_B$ où S_B est la symétrie centrale de centre B.

$S_B \neq I_{dp}$

Donc la supposition nous amené à un résultat absurde, la supposition $S_{(AC)} o S_{(BC)} o\, S_{(AB)} = S_{(\Delta)}$ est fausse

Donc ϕ n'est pas une symétrie axiale
Donc ϕ est une symétrie glissante.
$\phi = S_{(AC)} o S_{(BC)} o\, S_{(AB)}$
$\phi = S_{(AC)} o S_B$ où S_B est la symétrie centrale de centre B. car $(BC) \perp (AB)$ en B
$\phi = S_{(AC)} o S_{(D)} o\, S_{(D')}$ ou $(D) \perp (D')$ et $\{B\} = (D) \cap (D')$

il faut choisir $(D) // (AC)$ et passant par B , ainsi $\{B\} = (D) \cap (D')$ et $((D);(D')) = -\frac{\pi}{2}$. Ainsi $(D') = (DB)$

$\phi = S_{(AC)} o S_{(D)} o\, S_{(DB)}$ on a $(AC) = t_{\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}}(D)$

D'où sa forme réduite $\phi = t_{\overrightarrow{BD}} o\, S_{(DB)}$

”L’imagination est le mode de déplacement le plus rapide”

Jean Morel

Le plan est orienté dans le sens directe soit ABC est un triangle rectangle en B tel que $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}$.On donne O le milieu de $[AC]$ et J le milieu de $[BC]$.

1)a) Montrer qu’il existe un unique déplacement r tel que r(A)=O et r(B)=C.

b) Montrer que r est une rotation puis construis son centre D.

c) donner la nature du quadrilatère ABOD.

2-Soit r_C la rotation de centre C et d’angle $\frac{\pi}{3}$ etr_B la rotation de centre B et d’angle $\frac{\pi}{3}$ t la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

On pose f= $r_C o t o r_B$

a-Déterminer f(B)

b-Donner la nature de f et les éléments caractéristique de f .

3-a) Soit g=$t_{\overrightarrow{AB}} o S_O$où S_O symétrie de centre O.

Donner nature et éléments caractéristique de g.

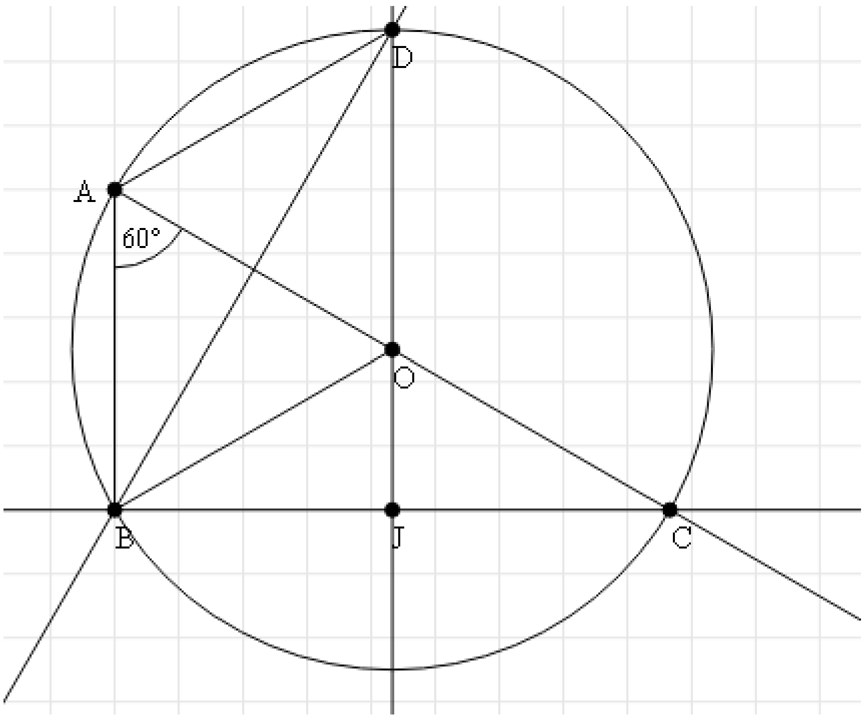
b- On pose E=$t_{\overrightarrow{AB}}(M)$ et F $= S_O(M)$ ou M un point quelconques du plan.

Monter que J est le milieu de $[EF]$

4-Soit φ l’antidéplacement qui transforme B en A et A en O.

a) Donner la nature de φ et les éléments caractéristique de φ .
b) Montrer que $\varphi(O) = D$
c) Soir $H = \varphi(D)$ montrer que H et B sont symétrique par rapport en O.

Réponse



Le plan est orienté dans le sens directe soit ABC est un triangle rectangle en B tel que $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}$. On donne O le milieu de $[AC]$ et J le milieu de $[BC]$.

MES REPONSES SONT-ELLES JUSTES ?

02/12/2023

”L'imagination est le mode de déplacement le plus rapide”

Jean Morel

1)a) Montrons qu'il existe un unique déplacement r tel que r(A)=O et r(B)=C.

O le milieu de $[AC]$ alors $OC = \frac{AC}{2}$

ABC est un triangle rectangle en B ainsi $cos(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \frac{AB}{AC}$ alors $AB = \frac{AC}{2}$

$AB = OC$ D'où il existe un unique déplacement r tel que r(A)=O et r(B)=C.

b) Montrons que r est une rotation puis construis son centre D

$AB = OC \neq 0$ et $A = \{(AB) \cap (OC)\}$ d'où r est une rotation.

r est une rotation de centre D où est l'intersection du médiatrice du segment $[AO]$ et $[BC]$.(Voir la figure)

c)

ABO est un triangle équilatéral alors AB=AO=BO.

$\widehat{BAO}$ et $\widehat{AOD}$ sont des angles alterne interne ainsi $mes\widehat{BAO}$ =mes $\widehat{AOD}$ et DO=DA

ADO est un triangle équilatéral alors AD=AO=DO.

Ainsi AB=BO=AD=DO

Or si Un quadrilatère ayant 4 coté de même longueur c'est un losange.

D'où la nature du quadrilatère ABOD est un losange.

2-Soit r_C la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$ etr_B la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$ t la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$. On pose f= $r_C o t o r_B$

a-Déterminons f(B)

$f(B) = r_C o t o r_B(B)$

$f(B) = r_C o t(B)$

$f(B) = r_C(C)$

$f(B) = C$

b-Donner la nature de f et les éléments caractéristique de f .

f est une composé des rotations de même angle avec une translation donc c'est une rotation .

$f(B) = C$ ainsi Ω appartient au médiatrice de $[BC]$ et déplus $(\overrightarrow{\Omega B};\overrightarrow{\Omega C}) = \frac{2\pi}{3}$

O appartient au médiatrice de $[BC]$ et déplus $(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}) = 2(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ car $(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC})$ et $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ sont des angle associé.

d'où $\Omega = O$

f est une rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ car $\frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$.

3-a) Soit g=$t_{\overrightarrow{AB}} o S_O$ où S_O symétrie de centre O.

Nature et éléments caractéristique de g.

$g(C)=t_{\overrightarrow{AB}} o S_O(C)$

$g(C)=t_{\overrightarrow{AB}}(A)$

$g(C)=B$

g est une symétrie de centre J.

b- On pose E=$t_{\overrightarrow{AB}}(M)$ et $F = S_O(M)$ ou M un point quelconques du plan.

Montrons que J est le milieu de $[EF]$

$F = S_O(M)$ ainsi $M = S_O(F)$

$g(F)=t_{\overrightarrow{AB}} o S_O(F)$

$g(F)=t_{\overrightarrow{AB}}(M)$

$g(F)=E$ d'où J est le milieu de $[EF]$.

4-Soit φ l'antidéplacement qui transforme B en A et A en O.

a) Donner la nature de φ et les éléments caractéristiques de φ .

$\varphi o \varphi(B) = O \neq B$ d'où φ est un symétrie glissée de vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{BO}$ et d'axe passant par les milieu du segment $[BA]$ et $[BO]$.

b) Montrons que $\varphi(O) = D$

$\varphi(O) = \varphi(\varphi(A))$ or $\varphi o \varphi = t_{2(\frac{1}{2}\overrightarrow{BO})} = t_{\overrightarrow{BO}}$ et ABOD est un losange ainsi $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AD}$

MES REPONSES SONT-ELLES JUSTES ?

02/12/2023

''L'imagination est le mode de déplacement le plus rapide''
Jean Morel

D'où $\varphi o \varphi(A) = D$

c) Soir $H = \varphi(D)$ montrons que H et B sont symétrique par rapport en O.

$H = \varphi o \varphi(O)$ Signifie $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OH}$ alors O milieu du segment $[BH]$ c'est-à-dire H et B sont symétrique par rapport en O

La perfection n'étant pas de ce monde, toutes vos remarques et suggestions pouvant contribuer à l'amélioration de ce travail seront accueillies avec une grande reconnaissance.

A cet égard, veuillez bien accepter d'avance, nos sincère remerciements

WhatsApp : +261349321440